Prof. Éric J.M.DELHEZ

Décomposition en valeurs singulières et pseudo-inverse.

Il est utile de revoir les **paragraphes 4.10 à 4.11 du chapitre 4** du cours d'Algèbre avant d'aborder ces questions.

Les réponses succinctes aux questions se trouvent sur une page à la suite des énoncés. Une solution complète doit évidemment comporter les détails des calculs et des justifications.

Soit la matrice

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

i. Déterminez le rang de A.

ii. Calculez les valeurs singulières de A.

iii. Déterminez une décomposition SVD de A.

iv. Déterminez la matrice A^+, pseudo-inverse de A.

Remédiation 6 d'Algèbre - Réponses succinctes aux questions posées.

i. $\rho(A) = 2$

ii. 3 et 2

iii. $A = U\Sigma V^*$ avec

$$U = \begin{pmatrix} \frac{-4}{3\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3\sqrt{5}} & \frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-\sqrt{5}}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad V = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

iv. $A^+ = V\Sigma^+U^*$ avec

$$\Sigma^+ = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

soit

$$A^+ = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 5/2 & -1 & 2 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$